

## Einführung in die Topologie Blatt 11

---

### 41 | Felix füllt Flaschen

Felix Klein beschrieb 1882 eine Fläche mit folgender Polygondarstellung:

Bild aus Copyright-Gründen nicht im Netz.

Welche Fundamentalgruppe besitzt diese Fläche? Zu welcher der uns bekannten Flächen  $F_g$  ( $g \geq 0$ ) oder  $N_k$  ( $k \geq 1$ ) ist sie homöomorph?

### 42 | Heegard kocht Linsen

Sei  $L$  das Pushout

$$\begin{array}{ccc} S^1 \times S^1 & \hookrightarrow & D^2 \times S^1 \\ f \downarrow & & \downarrow \\ S^1 \times D^2 & \longrightarrow & L, \end{array}$$

wobei  $f$  durch  $(z, w) \mapsto (z^a w^b, z^c w^d)$  für gewisse ganze Zahlen  $a, b, c, d$  mit  $ad - bc = \pm 1$  gegeben ist. Räume dieser Form werden **Linsenräume** genannt. Die Fundamentalgruppe von  $L$  ist isomorph zu  $\mathbb{Z}/a$ .

### 43 | Freiheit den Schleifen!

Ist  $X$  ein wegzusammenhängender Raum, so ist die vergessliche Abbildung  $\pi_1(X, x) \rightarrow [S^1, X]$  für jeden Punkt  $x \in X$  surjektiv. Zwei Elemente der Fundamentalgruppe haben genau dann dasselbe Bild, wenn sie zueinander konjugiert sind.

### 44 | Möbiusband

Welche Fundamentalgruppe hat das Möbiusband  $M$ ? Welches Element wird durch die Randkurve  $S^1 \rightarrow M$  beschrieben? Gibt es einen Retrakt vom Möbiusband auf seinen Rand?

### ★ Nagelprobe

Das leicht vergilbte Porträt des Freiherrn von und zu Knieselknirsch soll an einer Wand aufgehängt werden, aus der bereits zwei rostige Nägel ragen. Dazu werden zunächst die beiden oberen Ecken des Bilderrahmens mit einem (beliebig langen) Faden verbunden. Wie kann der Faden so um die Nägel gelegt werden, dass das Porträt zu Boden fällt, sobald sich auch nur einer der beiden Nägel löst?